

# Relatório Parcial de Atividades - Pós doutorado no país

Prof. Dr. Victor Arturo Martinez Leon

CICN - Universidade Federal da Integração Latino-Americana

22 de janeiro de 2019

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Descrição das atividades realizadas</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Continuação da pesquisa no segundo período do afastamento</b>	<b>4</b>

## 1 Introdução

O presente relatório é uma descrição das atividades por mim realizadas durante os seis primeiros meses do meu afastamento para pós doutorado no Instituto de Matemática na Universidade Federal do Rio de Janeiro. O Instituto de Matemática da UFRJ (IM-UFRJ) foi criado em 1964 ainda como parte da Universidade do Brasil sendo originário da antiga Faculdade Nacional de Filosofia. Nestes mais de 50 anos de existência o IM-UFRJ passou por várias reestruturações e está em constante evolução tendo em vista atender às crescentes necessidades e desafios da Ciência e Tecnologia no Brasil. Atualmente o IM-UFRJ mantém 6 cursos de graduação (licenciatura e bacharelado de Matemática, Estatística, Atuária, Informática e Matemática Aplicada) e 4 programas de pós-graduação, com notada ênfase em pesquisa matemática e formação de Mestres e Doutores Pesquisadores. Muitos dos quais se encontram ativos em várias das IES do Brasil. Nos Programas de Mestrado e Doutorado totalizam mais de 530 as teses e dissertações produzidas pelos alunos formados no IM-UFRJ. O Corpo Docente da pós-graduação inclui pesquisadores de participação ativa em suas áreas de pesquisa contando com o apoio do CNPq, Capes, Faperj e outras agências, através de bolsas e projetos de pesquisa. A Pós-Graduação no Instituto de Matemática existe desde 1968, quando foi criado o Programa de Pós-Graduação em Matemática, o mais antigo dos quatro programas hoje existentes a saber: Matemática (Mestrado e Doutorado), Ensino da Matemática

(Mestrado), Estatística (Mestrado e Doutorado) e Informática (Mestrado e Informática). Os Programas do Instituto gozam de um bom conceito junto à Comunidade Científica e são reconhecidos nacional e internacionalmente como cursos de excelência na formação de recursos humanos. Este reconhecimento se refletiu, por exemplo, na recente avaliação feita pela CAPES, a qual deu nota 7 ao Programa de Matemática, numa escala que vai de 1 a 7.

## 2 Descrição das atividades realizadas

A etapa 1 do plano de trabalho foi realizado com sucesso e etapa 2 está parcialmente concluída. As etapas 3, 4 e 5 do plano de trabalho já estão bastante adiantadas e um artigo científico intitulado “Irreducible holonomy groups and first integrals for holomorphic foliations” foi submetido para publicação no periódico “The Journal of Geometric Analysis” e disponibilizado de forma online no “Arxiv”. Este trabalho será apresentado no evento “12th Mini Workshop on Singularities, Geometry and Differential Equations and 1st Meeting on Foliations and Singularities” que será realizado na Universidade Federal do Espírito Santo nas datas de 28 de janeiro a 02 de fevereiro. Outro artigo está em fase de construção apresentando alguns resultados parciais. Segue abaixo o cronograma detalhado que consta no plano de trabalho bem como as impressões e comentários sobre as atividades realizadas em cada etapa.

### **Etapa 1 - Levantamento bibliográfico e pesquisa de artigos**

**Descrição das atividades realizadas:** Esta era a etapa mais simples das atividades a serem realizadas sendo, no entanto, a mais importante. Um levantamento detalhado dos principais trabalhos científicos foi feito. Iniciando com a leitura do artigo Cerveau-Loray ([3]) que já tinha sido revisada na execução do pre-print [9] assim como as referências [5, 6, 10] que são a principal fonte de motivação para a definição do conceito de “Grupo irreduzível”.

### **Etapa 2 - Estudo com pesquisadores da área e desenvolvimento da proposta de pesquisa**

**Descrição das atividades realizadas:** Esta etapa corresponde ao núcleo principal do desenvolvimento da pesquisa uma vez que envolve a interação entre outros pesquisadores da área. Tenho tido uma grande interação com pesquisadores da Universidade Federal Fluminense, Universidade Federal do Rio de Janeiro e Universidade Estadual do Rio de Janeiro, que ajudou muito para a finalização do primeiro artigo que tem a ver com a Questão 2 do plano de trabalho. Ainda terei oportunidade de conversar com outros pesquisadores da área, no evento que participarei em Vitória-ES, que ajudará a ter mais claro o panorama em relação à Questão 1 do plano de trabalho.

### Etapa 3 - Análise dos resultados

**Descrição das atividades realizadas:** Esta etapa foi fundamental para a correção e finalização do pre-print [9] que trata sobre a resposta da Questão 2. Encontramos um erro na demonstração do Teorema 1.1 de [9] e vários contra-exemplos são apresentados no Exemplo 4.2 do artigo em anexo. Portanto, em dimensão complexa um, grupos irredutíveis não são finitos e para dimensões altas a pergunta ainda esta em aberto. Mas conseguimos encontrar hipótese adequadas em dimensão um para que grupos irredutíveis sejam finitos e apresentamos aplicações das mesmas na teoria de folheações holomorfas.

**Descrição das atividades em andamento:** Temos investigado melhor em relação à Questão 1, obtendo uma melhor reformulação da questão e acrescentado algumas outras questões interessantes: Em [8] definimos uma noção de estabilidade no sentido de Lyapunov para germes de folheações holomorfas com uma singularidade isolada na origem de  $\mathbb{C}^2$ . Provamos que  $L$ -estabilidade implica à existência de uma integral primeira holomorfa ou que a folheação é uma folheação logarítmica real. Nós interessamos em responder as seguintes questões:

Como esta determinada a estabilidade no caso analítico real?

É possível definir um conceito para germes de folheações holomorfas de codimensão  $q \geq 2$ ?

Tentaremos adaptar uma definição motivados pelo trabalho de [11] onde os autores introduzem uma noção de estabilidade para subgrupos de difeomorfismos analíticos complexos locais com um ponto fixo comum, em várias variáveis complexas. Após ter uma boa definição deste conceito, surge a seguinte questão:

Quais são as implicações de ter germes de singularidades de folheações holomorfas de codimensão  $q \geq 2$   $L$ -estáveis em  $0 \in \mathbb{C}^n$  onde  $n \geq 3$ ?

### Etapa 4 - Escrita inicial

**Descrição das atividades realizadas:** A escrita inicial e final foi já realizada no artigo submetido.

**Descrição da atividade em andamento:** Iniciamos a escrita acrescentando algumas respostas parciais das questões apresentadas acima e alguns exemplos foram construídos.

### Etapa 5 - Escrita Final. Previsão de realização de Palestras. Submissão dos resultados em revista

**Descrição das atividades realizadas:** A escrita final foi já realizada no artigo submetido que será apresentado no evento realizado em Vitória-ES.

**Descrição da atividade em andamento:** Uma vez realizadas mais investigações e maturidades dos exemplos encontrados poderemos responder de forma completa as questões apresentadas acima e concluir com a escrita deste novo artigo.

### 3 Continuação da pesquisa no segundo período do afastamento

No período que corresponde a segunda parte do afastamento, a pesquisa será desenvolvida no sentido de responder as perguntas apresentadas acima que culminariam com a resposta da Questão 1 do plano de trabalho. Também poderei retomar a pesquisa da resposta da Questão 2 do plano de trabalho para dimensões mais altas. Tenho também investigado sobre hipersuperfícies reais invariantes em folheações holomorfas de codimensão um e encontrados já alguns resultados que poderiam ser concluídos neste segundo período.

#### Referências

- [1] J. O. Calvo Andrade: Irreducible components of the space of holomorphic foliations. *Math. Annalen*, no. 299, pp.751-767 (1994).
- [2] C. Camacho, A. Lins Neto and P. Sad: Foliations with algebraic limit sets; *Ann. of Math.* 136 (1992), 429–446.
- [3] D. Cerveau and F. Loray: *Un théorème de Frobenius singulier via l'arithmétique élémentaire*. *J. Number Theory*, 68(2) (1998), 217-228.
- [4] D. Cerveau, J.-F. Mattei: Formes intégrables holomorphes singulières, *Astérisque*, Vol. 97 (1982). MR 86f:58006
- [5] P. Deligne: Le groupe fondamental du complément d'une courbe plane n'ayant que des points doubles ordinaires est abélien (d'après W. Fulton), *Bourbaki Seminar*, Vol. 1979/80, Springer, Berlin, 1981, pp. 1-10.
- [6] W. Fulton: On the fundamental group of the complement of a node curve, *Ann. of Math.* (2) 111 (1980), no. 2, 407-409.
- [7] I. Kupka: The singularities of integrable structurally stable Pfaffian forms, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 52 (1964), 1431–1432.
- [8] V. León and B. Scárdua, Stable singularities and stable leaves of holomorphic foliations in dimension two, *Moscow Math. J.* Volume 18, Issue 1, January-March 2018, pp. 163-179.
- [9] V. León, M. Martelo and B. Scárdua, Irreducible groups of germs of complex diffeomorphisms, Preprint, 2018.
- [10] B. Malgrange: *Frobenius avec singularités, 1. Codimension un*, *Public. Sc. I.H.E.S.*, 46 (1976), pp. 163-173.
- [11] M. Martelo and B. Scárdua, L-stable groups of complex diffeomorphisms with a fixed point, *B. Bull Braz Math Soc, New Series*, pp. 1-17, 2017.

- [12] J.F. Mattei and R. Moussu: Holonomie et intégrales premières, Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) **13** (1980), 469–523.
- [13] Y. Siu: Techniques of Extension of Analytic Objects; Marcel Dekker, N.Y., 1974.

Víctor Arturo Martínez León  
Universidade Federal da Integração Latino-Americana  
Av. Tancredo Neves, 6731  
PTI - Bloco 06 Espaço 03 Sala 04  
85867970 - Foz do Iguaçu, PR-Brasil  
e-mail: victor.leon@unila.edu.br



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DA NATUREZA**  
**INSTITUTO DE MATEMÁTICA**

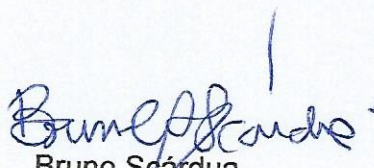
Ilmo. Sr.  
Prof. Dr. Luciano Calheiros Lapas  
Universidade Federal da Integração Latino-Americana  
Foz do Iguaçu, PR  
Brasil

Rio de Janeiro, 21 de janeiro de 2019

Prezado Prof. Luciano Calheiros Lapas

Venho por meio desta declarar que o professor Victor Arturo Martinez Leon esta realizando as atividades de Pós-doutorado em nossa instituição sobre a minha supervisão. O professor esta realizando pesquisas relacionadas a estabilidade das folhas de folheações holomorfas em dimensões altas e grupos irredutíveis de germe de difeomorfismos complexos. Um artigo científico foi submetido a um jornal científico internacional e será apresentado no evento internacional "12th Mini Workshop on Singularities, Geometry and Differential Equations and 1st Meeting on Foliations and Singularities" que será realizado na Universidade Federal do Espírito Santo nas datas de 28 de janeiro a 02 de fevereiro. Atualmente existe um artigo científico em preparação sobre hipersuperfícies reais invariantes de folheações holomorfas de codimensão um, após finalizado sua divulgação será submetida a um jornal científico com circulação internacional a ser definido.

Atenciosamente,

  
Bruno Scárdua  
Instituto de Matemática  
UFRJ