Relatório final de afastamento para Pós-Graduação stricto sensu

Nome: Adriana Flores de Almeida – Siape:1692885 – Data: 16/01/2019

Em conformidade com a resolução n° 008/2014 DE 30 de abril de 2014 CONSUN UNILA, que normatiza os procedimentos para concessão de afastamentos para capacitação de servidores docentes da Universidade Federal da Integração Latino Americana, segue o relatório final do curso de doutorado e segue documento institucional comprobatório da conclusão do curso de pós-graduação.

INFORMAÇÕES:
Afastamento nível: doutorado
Data de início: 28/02/2015
Período: 48 meses
Portaria: PROGEPE n° 20 de 14 de janeiro de 2015.

ATIVIDADES REALIZADAS DURANTE A EXECUÇÃO DE TODO O PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

PRIMEIRO SEMESTRE

DISCIPLINAS CURSADAS:
Álgebra Comutativa
Ementa: Ideais primos; ideais maximais; nilradical; radical de Jacobson; ideais estendidos e ideais contraídos; Módulos sobre anéis comutativos com identidade; Produtos e somas diretas de módulos; Sequências exatas; Módulos livres; Módulos sobre domínios de ideais principais; Aplicações dos Teoremas de Estrutura; Módulos Noetherianos e Artinianos; Produto tensorial; Localização; Decomposição primária para anéis Noetherianos;
Referências:
[1] M. F. Atiyah and I. G. Macdonald. Introduction to Commutative Algebra. Addison-Wesley (1969).
[2] E. Knuz, Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry. Birkäuser (1985).
[3] M. Reid, Undergraduate Commutative Algebra, London Mathematical Society Student Texts 29. Cambridge University Press (1995).
[4] R. Y. Sharp. Steps in Commutative Algebra. London Mathematical Society Student Texts 19. Cambridge University Press (1990).
[5] O. Zariski and P. Samuel. Commutative Algebra Vol. 1. Graduate Texts in Mathematics 28. Springer (1975).
Resultado: Aprovada
Análise Funcional
Ementa: Topologias fracas; Espaços Reflexivos, Separáveis e Uniformemente Convexos, Espaços L^p, Análise Espectral de Operadores Lineares; Análise Espectral em Espaços de Hilbert; Teoria Espectral para Operadores Compactos e Auto-adjuntos; Teorema de Hille-Yosida.
Referências:
[1] G. Bachman e L. Narici, Functional Analysis, Academic Press, 1966.
[2] H. Brézis, Analyse Functionnelle, Théorie et applications, Masson, Paris, 1983.

AFlores

[3] J. B. Conway, A Course in Function Analysis, Springer Verlag, NovaYork, 1985.
[4] D. Huet, Décomposition Spectrale et Opérateurs 1. éd. Paris. Presses Universitaires de France, Paris, 1976.
[5] E. Kreyszig, Introductory Functional Analysis with Applications, Editora John Willey e Sons, NovaYork, 1978.
Resultado: Aprovada
EXAME DE QUALIFICAÇÃO - PROVA ESCRITA
Período de realização: 03 a 07/08/2015
Disciplinas: Análise Funcional e Álgebra Comutativa
Resultado: aprovada

SEGUNDO SEMESTRE

DISCIPLINAS CURSADAS:
Semigrupos não linear
Ementa: Operadores monótonos e acretivos. Operadores máximo monótonos e m-monótonos. Perturbação de operadores acretivos. Semigrupos não lineares. O problema de Cauchy abstrato. Aplicações às equações de evolução.
Referências:
[1] V. Barbu. Nonlinear semigroups and differential equations in Banach spaces. Nordhoff International Publishing, Leyden, The Netherlands, 1976.
[2] H. Brezis. Analyse fonctionnelle, Thèorie et applications. Collection Mathématiques appliqées pour la maîtrise, MASSON, 1987.
Resultado: Aprovada
Seminários do pma
Resultado: Aprovada
Geometria Riemanniana
Ementa: Variedades diferenciáveis e campos de vetores. Métricas Riemannianas. Conexões afins e conexões Riemannianas. Geodésicas. Curvaturas. Campos de Jacobi. Imersões isométricas. Variedades Riemannianas completas.
Referências:
[1] M. P. do Carmo, Geometria Riemanniana, Projeto Euclides, IMPA, 2008;
[2] S. Gallot, D. Hullin, J. Lafontaine, Riemannian Geometry;
[3] J. M. Lee, Riemannian Manifolds, an Introduction to Curvature, Springer Verlag, 1997;
[4] P. Petersen, Riemannian Geometry, Springer Verlag, 2006;
[5] M. Spivak, A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, vols. 1, 2, 3, 4, Publish or Perish, 1999.
Resultado: Aprovada

TERCEIRO SEMESTRE

DISCIPLINAS CURSADAS:
Medida e Integração
Ementa: O sistema dos números reais, a medida de Lebesgue, a integral de Lebesgue, diferenciação e integração, espaços de Banach clássicos, medida e integração abstratas.
Referências:
[1] H. L. Royden, Real Analysis. Macmillan Co, N. Y., 1963.
[2] E. Hewitt e K. Stromberg, Real and abstract Analysis: a modern treatment of the theory of a real variable. Springer Verlag, N. Y., 1965.
[3] A. Torchinisky, Real Variables, Addison Wesley Publishing Co.,California, 1988.

Aflow

Resultado: Aprovada

Semigrupos Lineares

Ementa:A Função exponencial. Semigrupos de classe Co. Teorema de Hille Yosida. Operadores Dissipativos. Teorema de Lumer-Phillips. Semigrupos compactos e holomorfos. Teoria da Perturbação. Teorema de Stone. Problema de Cauchy abstrato. Operadores maximais monótonos. Aplicações as Equações Diferenciais Parciais.

Referências:

[1] Pazy, A., Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations, Applied Mathematical Sciences, 44. Springer-Verlag, New York, 1983.

Resultado: Aprovada

Teoria das Distribuições e Espaços de Sobolev

Ementa: Espaços Vetoriais Topológicos (e.v.t.). Espaços Localmente Convexos (e.l.c.). Definições (através de seminormas e de base de vizinhanças). Espaços de Frechét. Topologia Limite Indutivo. Funções Testes. Distribuições, Transformada de Fourier, Distribuições Temperadas, Espaços de Sobolev. Imersões. Teoremas de Traço.

Referências:

[1] R. A. Adams. Sobolev Spaces, Academic Press, New York, 1975.

[2] J. Howáth. Topological Vector Spaces and Distributions I.

Resultado: Aprovada

Seminários em EDP I

Ementa: Disciplina de ementa livre

Resultado: Aprovada

QUARTO SEMESTRE

Atividades Realizadas:

Elaboração de tese

Os principais artigos estudados foram:

i. Exact Controllability of a Second-order Integro-Differential Equation with a Pressure Term. Authors: M. Cavalcanti, Valéria N. Domingos Cavalcanti and Juan A. Soriano.

ii. Asymptotic Stability for the Damped Schrodinger Equation on Noncompact Riemannian Manifolds and Exterior Domains. Authors: César Agusto Bortot and Marcelo M. Cavalcanti;

iii. Well-Posedness and Energy Decay Estimates in the Cauchy Problem for the Damped defocusing schodinger Equation. Authors: Marcelo M. Cavalcanti, Wellington J. Corrêa, Valéria N. Domingos Cavalcanti and Louis Tebou;

Aprovação no exame de proficiência em língua estrangeira - francês.

QUINTO SEMESTRE

DISCIPLINAS CURSADAS:

Tópicos em EDP I

Ementa:

Nesta disciplina estudamos a questão do controle e da estabilização de um sistema elástico sujeito a efeitos viscoelásticos bem como efeitos dissipativos localmente distribuídos. Para isso usamos o método HUM (Hilbert Uniqueness Method) para obtenção do controle e estimativas integrais de energia para na determinação de taxas de decaimento da energia associada ao problema considerado.

Referências:

[1] Cavalcanti, M. M.; Domingos Cavalcanti, V. N.; Rocha, A.; Soriano, J. A. Exact controllability of a

second-order integro-differential equation with a pressure term. Electron. J. Qual. TheoryDiffer. Equ. 1998, No. 9, 18 pp.
[2] Bisognin, V.; Cavalcanti, M. M.; Cavalcanti, V. N. Domingos; Soriano, J. Uniform decay for the coupled Klein-Gordon-Schrödinger equations with locally distributed damping. NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. 15 (2008), no. 1-2, 91-113.
[3] J. L. LIONS, Controlabilité exacte, perturbations et Stabilisation de systèmes distribués, Tome 1, Masson, Paris, (1988).
[4] I. LASIECKA , D. TATARU, Uniform boundary stabilization of semilinear wave equation with nonlinear boundary dissipation, Diff. and Integral Equations, 6 (1993), 507-533.
Resultado: Aprovada
Seminários em EDP II
Ementa:
Nesta disciplina estudamos operadores diferenciais, operadores pseudo diferenciais, núcleos de operadores pseudo diferenciais, expansão assintótica de símbolos, integrais oscilatórias, operadores pseudo diferenciais definidos por múltiplos símbolos, produtos e adjuntos de operadores pseudo diferenciais, cálculo pseudo diferencial de operadores suportados propriamente.
Referências:
[1] H. Abels, Pseudo-dierential and Singular Operators: An Introduction with Applications, De Gruyter, 2012.
[2] N. Burq, P. Gérard, Contrôle Optimal des Équations aux Dérivéees partielles, Introductory graduate course on control theory for PDEs available at http://www.math.u-psud.fr/ pgerard/preprints.html
[3] G. B. Folland, Lectures on Partial Differential Equations, T.I.F.R. Lectures Notes Series, Bombay, 1983.
[4] P. Gérard, Microlocal defect measures. Comm. Partial Differential Equations 16 (1991), no. 11, 1761-1794.
Resultado: Aprovada
Elaboração de tese
Neste semestre começamos a investigar o seguinte modelo dinâmico de equações de elasticidade para materiais incompressíveis com um termo de pressão, isto é,

$$u'' - \Delta u = -\nabla p \tag{1}$$

onde o domínio é um domínio limitado do $\mathbb{R}^n$ com fronteira regular e $u = (u_1, \cdots, u_n), x = (x_1, \cdots, x_n)$ são vetores $n-$dimensionais e p denota o termo de pressão. Este modelo de equação foi primeiramente estudado J.L.Lions [1], ele provou que a derivada normal da solução u pertence a $(L^2(\Sigma))^n$, enquanto A. Rocha [2] provou a controlabilidade exata na fronteira. Inspirados nestes trabalhos, estudamos a controlabilidade exata do problema (1) via técnica de multiplicadores usando o método HUM (Hilbert Uniqueness Method).
Referências:
[1] J.L. Lions, On Some Hyperbolic Equations with a Pressure Term, Proceedings of the conference dedicated to Louis Nirenberg held in Trento, Italy, September 3-8, 1990. Harlow: Longman Scientic and Technical,Pitman Res. Notes Math. Ser 269, (1992), 196-208.
[2] A. Rocha, Exact Controllability for a Hyperbolic System with a Pressure Term, Pre-Print, 1997;

SEXTO SEMESTRE

Disciplina cursada
Tópicos em EDP IV:
Ementa: Desigualdade de Garding, Operadores pseudo diferenciais elípticos, Conjunto de frente de ondas.
Referências:
[1] H. Abels, Pseudo-dierential and Singular Operators: An Introduction with Applications, De Gruyter, 2012.
[2] N. Burq, P. Gérard, Contrôle Optimal des Équations aux Dérivéees partielles, Introductory graduate course on control theory for PDEs available at http://www.math.u−psud.fr/ pgerard/preprints.html
[3] G. B. Folland, Lectures on Partial Differential Equations, T.I.F.R. Lectures Notes Series, Bombay, 1983.
[4] P. Gérard, Microlocal defect measures. Comm. Partial Differential Equations 16 (1991), no. 11, 1761−1794.

Elaboração de Tese

Seja Ω um conjunto aberto, conexo e limitado do $\mathbb{R}^n$ ($n \geq 2$) com fronteira regular Γ. Seja $Q = \Omega \times]0, T[$ um cilindro cuja fronteira lateral é dada por $\Sigma = \Gamma \times]0, T[$.

Considere o seguinte sistema

$$\begin{cases} \phi'' - \Delta\phi = -\nabla p \text{ em } Q, \\ \operatorname{div}\phi = 0 \text{ em } Q, \\ \phi = \psi \text{ sobre } \Sigma, \\ \phi(0) = \phi^0, \quad \phi'(0) = \phi^1 \text{ em } \Omega. \end{cases} \tag{2}$$

O sistema (2) foi introduzido por J.L. Lions [3], motivado por equações dinâmicas de elasticidade para materiais incompressíveis. Assumindo que Ω é estritamente estrelado com respeito à origem, isto é, existe $\gamma > 0$ tal que

$$m \cdot \nu \geq \gamma > 0 \text{ sobre } \Gamma, \tag{3}$$

(onde $m(x) = x = (x_1, \cdots, x_n)$ e ν é normal exterior unitária) J.L. Lions [3] provou que a derivada normal da solução ϕ de (2) pertence a $(L^2(\Sigma))^n$ enquanto A. Rocha [4] estabeleceu a controlabilidade exata na fronteira para o problema (2). Inspirados nos trabalhos citados acima estudei a controlabilidade exata interna do seguinte sistema

$$\begin{cases} \phi'' - \Delta\phi = -\nabla p + h\chi_\omega \text{ em } Q, \\ \operatorname{div}\phi = 0 \text{ em } Q, \\ \phi = 0 \text{ sobre } \Sigma, \\ \phi(0) = \phi^0, \quad \phi'(0) = \phi^1 \text{ em } \Omega, \end{cases} \tag{4}$$

onde $\Delta\phi = (\Delta\phi_1, \cdots, \Delta\phi_n)$, $\phi'' = (\phi_1'', \cdots, \phi_n'')$, $\operatorname{div}\phi = \sum_{i=1}^n \frac{\partial\phi_i}{\partial x_i}$ and $p = p(x,t)$ é o termo de pressão. Além disso, $\omega \subset \Omega$ e χ_ω é a função característica de ω onde ω é uma vizinhança da fronteira Γ satisfazendo a condição geométrica de controle.

A controlabilidade exata para o sistema (4) é formulado como segue: Dado $T > 0$ grande suficiente, para qualquer dado inicial $\{\phi^0, \phi^1\}$ em um adequado espaço, é possível encontrar um controle h tal que a solução de (4) satisfaz

$$\phi(x,T) = \phi'(x,T) = 0.$$

A seguir, investiguei a taxa de decaimento uniforme da energia associada com o seguinte problema sujeito a uma dissipação não linear localmente distribuída como segue:

$$\begin{cases} \phi'' - \Delta\phi + a(x)g(\phi') = -\nabla p \text{ em } \Omega \times (0,\infty), \\ \operatorname{div}\phi = 0 \text{ em } \Omega \times (0,\infty), \\ \phi = 0 \text{ sobre } \Sigma, \\ \phi(0) = \phi^0, \quad \phi'(0) = \phi^1 \text{ em } \Omega, \end{cases} \tag{5}$$

onde $a \in L^\infty(\Omega)$ é uma função não negativa tal que

$$a(x) \geq a_0 > 0 \text{ em } \omega \subset \Omega \tag{6}$$

e

$$\begin{array}{rcl} g : \mathbb{R}^n & \longrightarrow & \mathbb{R}^n \\ s & \longmapsto & g(s) = [g_i(s_i)]_{i=1,\cdots,n} \end{array} \tag{7}$$

onde, para todo $i = 1, \cdots, n$, $g_i : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ é uma função tal que

$$\begin{cases} g_i \text{ é contínua e monótona decrescente e } g_i(0) = 0, \\ g_i(s_i)s_i > 0 \quad \forall \quad s_i \neq 0, \\ k|s_i|^2 \leq g_i(s_i)s_i \leq K|s_i|^2 \quad \forall \quad |s_i| \geq 1, \text{ para constantes positiva } k \text{ e } K. \end{cases} \tag{8}$$

O sistema (2) foi primeiramente introduzido por J.L. Lions [3]. Neste trabalho, J. L. Lions provou que a propriededade de hidden regularidade vale para este sistema linear. Usando esta propriedade e a desigualdade inversa devido a Cavalcanti [1], é possível obter a desigualdade inversa e direta necessárias para obter a controlabilidade interna.

A fim de obter o resultado de estabilização, usei as ideias que primeiramente foram introduzidas por Lasiecka e Tataru em [2] que permite não impor nenhuma condição de crescimento para a função g perto da origem e permite mostrar que a energia decai tão rápido quanto a solução associada à equação diferencial. Estabeleci o resultado geral de taxa de decaimento uniforme da energia

$$E(t) \leq S\left(\frac{t}{T_0} - 1\right), \ \forall t > T_0$$

onde $S(t)$ é a solução da EDO não linear

$$S_t + q(S(t)) = 0,$$

e q é uma função estritamente crescente em conexão com o termo de dissipação $g(u_t)$.

Referências

[1] M. M. Cavalcanti, V, N. Domingos Cavalcanti, A. Rocha, J. A. Soriano, Exact controllability of a second-order integro-differential equation with a pressure term. *Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ.* 1998, No. 9, 18 pp.

[2] I. Lasiecka, D. Tataru, Uniform boundary stabilization of semilinear wave equation with nonlinear boundary damping, *Differential and integral Equations*, 6 (1993), 507-533.

[3] J.L. Lions, On Some Hyperbolic Equations with a Pressure Term, Proceedings of the conference dedicated to Louis Nirenberg held in Trento, Italy, September 3-8, 1990. Harlow: Longman Scienti

c and Technical,Pitman Res. Notes Math. Ser 269, (1992), 196-208.

[4] A. Rocha, Exact Controllability for a Hyperbolic System with a Pressure Term, Pre-Print, 1997.

SÉTIMO SEMESTRE

DISCIPLINAS CURSADAS:
Seminários em EDP III
Ementa: Introdução à Análise Microlocal: Propagação de Singularidades; Curvas Características e Sistema Hamiltoniano; Medida de Defeito Microlocal.
Referências:
[1] H. Abels, Pseudo-diferential and Singular Operators: An Introduction with Applications, De Gruyter, 2012.
[2] N. Burq, P. Gérard, Contrôle Optimal des Équations aux Dérivéces partielles, Introductory graduate course on control theory for PDEs available at http://www.math.u−psud.fr/ pgerard/preprints.html
[3] G. B. Folland, Lectures on Partial Differential Equations, T.I.F.R. Lectures Notes Series, Bombay, 1983.
[4] P. Gérard, Microlocal defect measures. Comm. Partial Differential Equations 16 (1991), no. 11, 1761−1794.
Resultado: Aprovada
Elaboração de tese:
Neste semestre do doutorado, meu objetivo foi generalizar os resultados obtidos anteriormente, removendo a Hipótese 3 mencionada acima, com isso,
(i) estabelecemos a controlabilidade exata interna para o sistema (4);
(ii) explorando a desigualdade de observabilidade (veja (9)) necessária para obter o item (i), provamos a taxa de decaimento uniforme da energia associada ao problema (5). Para provar (9) fizemos uso de argumentos de análise microlocal devido a Burq e Gérard [1].

Mais precisamente, provamos a desigualdade de observabilidade requerida para aplicar o método HUM (Hilbert Uniqueness Method) a fim de obter a controlabilidade exata interna mencionada acima. O principal resultado obtido neste semestre foi o seguinte:

Para todo $T > T_0$ existe $C > 0$ tal que a desigualdade

$$E_u(0) \leq C \int_0^T \int_\omega |u'(x,t)|^2 \, dxdt, \tag{9}$$

vale para toda solução fraca u do problema (2), onde

$$E_u(t) = \frac{1}{2} \|u(t)\|_V^2 + \frac{1}{2} |u'(t)|_H^2$$

é a energia associada ao problema (2).

Para provar (9), argumentamos por contradição e encontramos uma subsequência de $\{v_m\}_{m\in\mathbb{N}}$ de soluções fracas para o problema (2) tal que

$$E_{v_m}(0) = 1 \quad \text{para todo} \quad m \in \mathbb{N}.$$

A fim de obter uma contradição, provamos que $E_{v_m}(0)$ converge para zero quando $m \to +\infty$.

Provamos que

$$\int_0^T \int_\omega (|v'_{m_i}(x,t)|^2 + |\nabla v_{m_i}(x,t)|^2) \, dxdt \to 0, \ \forall i = 1, \cdots, n. \tag{10}$$

quando m vai para o infinito.

Nosso objetivo é propagar a convergência (10) de $\omega \times (0,T)$ para todo o conjunto $\Omega \times (0,T)$. Para obter isto, usamos análise microlocal. Consideramos a medida de defeito microlocal μ_i, (m.d.m.), primeiramente introduzida por Gérard [2] associada a $\{v'_{m_i}\}$. Observamos que

$$\partial_t P v_{m_i} \to 0 \text{ forte em } H^{-1}_{loc}(\Omega \times (0,T)),$$

onde $Pv_{m_i} =: v''_{m_i} - \Delta v_{m_i}$, assim, usando propriedades associada à μ_i somos capazes de provar que μ_i se propaga ao longo do fluxo bicaracterístico do operador de ondas $\partial_t P v_{m_i}$ provando a convergência desejada.

• Este resultado rendeu um artigo e está submetido ao jornal *Nonlinear Analysis.* Estou aguardando a conclusão da revisão.

Referências

[1] N. Burq, P. Gérard, Contrôle Optimal des équations aux dérivées partielles. 2001, Url:http://www.math.u-psud.fr/ burq/articles/coursX.pdf

[2] P. Gérard, Microlocal defect measures, *Comm. Partial Differential Equations* 16 (1991) 1761-1794.
Term, Pre-Print, 1997.

Publicações em periódicos:

(1) A. F. Almeida, M. Astudillo, M. M. Cavalcanti, J. P. Zanchetta, Internal Exact Controllability and Uniform Decay Rates for a model of dynamical elasticity equations for incompressible materials with a Pressure Term, *Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ.* 2018, No. 24, 1-28.(2018). https://doi.org/10.14232/ejqtde.2018.1.24.

(2) A. F. Almeida, M. M. Cavalcanti, J. P. Zanchetta, Exponential decay for the coupled Klein-Gordon-Schröndinger equations with locally distributed damping, *Communications on pure and applied analysis* 2018, No.5, V17. doi:10.3934/cpaa.2018097.

Participação em evento:

Evento: I SIMPÓSIO PARANAENSE EM EQUAÇÕES DIFERENCIAIS. Participante e Apresentador de trabalho intitulado: "Internal Exact controllability and uniform decay rates for a model of dynamical elasticity equations for incompressible materials with a pressure term" na sessão de poster.

OITAVO SEMESTRE

Elaboração de tese:
No oitavo semestre investiguei a estabilidade assintótica de dois sistemas acoplados semilineares da onda postos em um meio não homogêneo e sujeitos a uma dissipação não linear localmente distribuída. A saber,

$$\begin{cases} \rho(x)u_{tt} - \operatorname{div}[K(x)\nabla u] + f(u) + a(x)g(u_t) - \gamma(x)v_t = 0 \ \text{ em } \ \Omega\times]0,\infty[, \\ \rho(x)v_{tt} - \operatorname{div}[K(x)\nabla v] + h(v) + b(x)g(v_t) + \gamma(x)u_t = 0 \ \text{ em } \ \Omega\times]0,\infty[, \\ u = v = 0 \text{ sobre } \ \partial\Omega\times]0,\infty[, \\ u(0) = u^0, \ u_t(0) = u^1 \ \text{ em } \Omega, \\ v(0) = v^0, \ v_t(0) = v^1 \ \text{ em } \Omega, \end{cases} \tag{11}$$

e

$$\begin{cases} \rho(x)u_{tt} - \operatorname{div}[K(x)\nabla u] + f(u) + a(x)g(u_t) + \delta v = 0 \ \text{ em } \ \Omega\times]0,\infty[, \\ \rho(x)v_{tt} - \operatorname{div}[K(x)\nabla v] + h(v) + b(x)g(v_t) + \delta u = 0 \ \text{ em } \ \Omega\times]0,\infty[, \\ u = v = 0 \text{ sobre } \ \partial\Omega\times]0,\infty[, \\ u(0) = u^0, \ u_t(0) = u^1 \ \text{ em } \Omega, \\ v(0) = v^0, \ v_t(0) = v^1 \ \text{ em } \Omega, \end{cases} \tag{12}$$

onde Ω é um domínio do $\mathbb{R}^n$ para $n \geq 2$, com fronteira suave $\partial\Omega$, $\rho : \Omega \to \mathbb{R}_+$, $k_{ij} : \Omega \to \mathbb{R}$, $1 \leq i, j \leq d$ são funções $C^\infty(\Omega)$ tais que para todo $x \in \Omega$ e $\xi \in \mathbb{R}^n$,

$$\alpha_0 \leq \rho(x) \leq \beta_0, \quad k_{ij}(x) = k_{ji}(x), \quad \alpha|\xi|^2 \leq \xi^\top \cdot K(x) \cdot \xi \leq \beta|\xi|^2, \tag{13}$$

onde $\alpha_0, \beta_0, \alpha, \beta$ são constantes positivas e $K(x) = (k_{ij})_{i,j}$ é uma matriz simétrica positiva-definida. Denotamos por $\omega \subset \Omega$ um conjunto aberto dado pela interseção de uma vizinhança aberta da fronteira $\partial\Omega$ em $\mathbb{R}^n$ e que controla geometricamente a equação (11) e (12).

Nosso principal objetivo foi provar a existência e unicidade de soluções fracas para os problemas (11) e (12) e, além disso, provar que estas soluções decaem uniformemente para zero, isto é, denotando $E(t) = E_{u,v}(t)$ a energia associada ao problema (11) ou (12) tem-se

$$E(t) \leq S\left(\frac{t}{T_0} - 1\right), \quad \forall t > T_0, \tag{14}$$

com $\lim_{t\to\infty} S(t) = 0$, onde o semigrupo de contração $S(t)$ é a solução da equação diferencial

$$\frac{d}{dt}S(t) + q(S(t)) = 0, \quad S(0) = E(0), \tag{15}$$

desde que $\{u^0, v^0, u^1, v^1\}$ sejam tomados em conjuntos limitados de $(H_0^1(\Omega))^2 \times (L^2(\Omega))^2$.

Onde

$$\begin{aligned} E(t) := \int_\Omega & \rho(x)|u_t(x,t)|^2 + \rho(x)|v_t(x,t)|^2 + \nabla u(x,t)^\top \cdot K(x) \cdot \nabla u(x,t) \\ & + \nabla v(x,t)^\top \cdot K(x) \cdot \nabla v(x,t) + F(u(x,t)) + H(v(x,t))dx \end{aligned} \tag{16}$$

e

$$\begin{aligned} E(t) := \int_\Omega & \rho(x)|u_t(x,t)|^2 + \rho(x)|v_t(x,t)|^2 + \nabla u(x,t)^\top \cdot K(x) \cdot \nabla u(x,t) \\ & + \nabla v(x,t)^\top \cdot K(x) \cdot \nabla v(x,t) + F(u(x,t)) + H(v(x,t))dx + \delta \int_\Omega u(x,t)v(x,t)dx \end{aligned} \tag{17}$$

são as energias associadas aos problemas (11) e (12), respectivamente.

Este resultado é um *resultado de estabilização local*. De fato, as taxas de decaimento dadas em (14) são uniformes sobre cada bola $(H_0^1(\Omega))^2 \times (L^2(\Omega))^2$ com raio $R > 0$ no espaço da energia, mas este resultado não garante que a taxa decai globalmente, isto é, que (14) vale independente dos dados iniciais.

A fim de obter a taxa de decaimento dada em (14) é suficiente obter a desigualdade inversa para os problemas (11) ou (12), isto é, dado $T > T_0$ existe uma constante positiva C tal que

$$E(0) \leq C \int_0^T \int_\Omega \Big(a(x)(|g(u_t)|^2 + |u_t|^2) + b(x)(|g(v_t)|^2 + |v_t|^2) \Big)\, dxdt, \tag{18}$$

desde que os dados iniciais sejam tomados em conjuntos limitados de $(H_0^1(\Omega))^2 \times (L^2(\Omega))^2$. Combinando a abordagem dada por Dehman, Gérard e Lebeau em [5] ou Dehman, G. Lebeau e Zuazua em [6] com o princípio de continuação única provado em [7], as imersões de Sobolev e as estimativas de Strichartz provadas [3] e [2] obtemos a prova da desigualdade inversa (18) para o sistema (11). No sistema (12) combinamos a abordagem dada [5] ou [6] com o princípio de continuação única provado em [4] com as imersões de Sobolev para provar (18).

O modelo proposto neste trabalho, é uma extensão para sistemas da equação introduzida por Cavalcanti et al. em [1], dada por

$$\rho(x)u_{tt} - \operatorname{div}[K(x)\nabla u] + f(u) + a(x)g(u_t) = 0 \quad \text{em} \quad \Omega \times (0, \infty),$$

em uma variedade Riemanniana $(\Omega, \mathbf{g})$ compacta conexa orientável n-dimensional com fronteira suave. Os autores contribuíram para extensão do entendimento acerca do comportamento assintótico da energia associado à equação da onda na presença do termo não linear $f(u)$ e da dissipação não linear $g(u_t)$ efetiva em uma região satisfazendo a condição geométrica de controle e uma pequena vizinhança da fronteira.

• Este resultado rendeu um artigo e está submetido ao jornal *Asymptotic Analysis*. Estou aguardando a conclusão da revisão.

Referências

[1] M. Astudillo, M. M. Cavalcanti, V, N. Domingos Cavalcanti, R. FuKuoka, A. B. Pampu. Uniform Decay Rates estimates for the semilinear wave equation in inhomogeneous media with locally distributed nonlinear damping, *Nonlinearity*, 31. (2018), pp. 4031-4064.

[2] N. Burq, G. Lebeau, F. Planchon, Global existence for energy critical waves in 3-D domains, *J. Amer. Math. Soc.*, 21 (2008) 831-845.

[3] M. D. Blair, H. F. Smith, C. D. Sogge, Strichartz estimates for the wave equation on manifolds with boundary. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire* 26:5 (2009), 1817-1829.

[4] M.M. Cavalcanti, L.G. Delatorre, V.H. Gonzalez Martinez, D.C. Soares, J.P. Zanchetta, Uniform Stabilization for the Klein-Gordon System in an Inhomogeneous Medium with Locally Distributed Damping, *ArXiv e-prints*,eprint:1810.00247v1[math.AP],(2018), Url:http://adsabs.harvard.edu/abs/2018arXiv181000247C.

[5] B. Dehman, P. Gérard, G. Lebeau, Stabilization and control for the nonlinear Schrödinger equation on a compact surface, *Math. Z.* 254 (2006), no. 4, 729-749.

[6] B. Dehman, G. Lebeau, E. Zuazua, Stabilization and control for the subcritical semilinear wave equation, Anna. Sci. Ec. Norm. Super. **36**, (2003), 525-551.

[7] H. Koch, D. Tataru, Dispersive estimates for principally normal pseudodifferential operators, *Commun. Pure Appl. Math.* 58(2), (2005), 217-284.

- **Defesa de tese**

Como requisito final, defendi a tese intitulada *´´Controlabilidade Exata Interna e Estabilização Assintótica para Equações Dinâmicas de Elasticidade para Materiais Incompressíveis com um Termo de Pressão e Estabilização Assintótica para dois Sistemas Acoplados Semilineares da Onda".*

Data:17/12/2018

Comissão julgadora: Prof. Dr. Marcelo Moreira Cavalcanti (orientador, Universidade Estadual de Maringá - UEM), Prof. Dra.Claudete Matilde Webler Martins (Universidade Estadual de Maringá - UEM), Prof. Dr. Juan Amadeo Soriano Palomino (Universidade Estadual de Maringá - UEM), Prof. Dra. Maria Rosario Astudillo Rojas (Universidade Federal do Paraná), Prof. Dr. Wellington José Corrêa (Universidade Tecnológica Federal do Paraná).

Resultado: Aprovada.

Atenciosamente,

Adriana L. de Almeida

Adriana Flores de Almeida

Universidade Estadual de Maringá

Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Matemática

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO

DECLARAÇÃO Nº 148/2018-PMA

DECLARAMOS, para fins de comprovação que **ADRIANA FLORES DE ALMEIDA, RG. Nº 001008435 – SSP/MS,** defendeu a tese intitulada: *"Controlabilidade exata interna e estabilização assintótica para equações dinâmicas de elasticidade para materiais incompressíveis com um termo de pressão e estabilização assintótica para dois sistemas acoplados semilineares da onda"*, em 17/12/2018 na área de concentração: Análise, no Programa de Pós-graduação em Matemática da Universidade Estadual de Maringá. Informamos que o mesmo faz jus ao título de **Doutora em Matemática**. Informamos também que a emissão do diploma está em trâmite.

Por ser a expressão da verdade, firmamos a presente.

Maringá, 13 de dezembro de 2018.

Juan Soriano

Prof. Dr. Juan Amadeo Soriano Palomino,
Coordenador

Universidade Estadual de Maringá
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Matemática

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO

ATA DE DEFESA DE TESE – Nº. 039 (TRINTA E NOVE) – PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM NÍVEL DE DOUTORADO.

Ata da banca examinadora da tese de doutorado a que se submeteu a Srta. ADRIANA FLORES DE ALMEIDA, aluna regularmente matriculada no Programa de Pós-graduação em Matemática em nível de Doutorado do Departamento de Matemática, do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá. Aos dezessete dias do mês de dezembro de dois mil e dezoito, com início às dezesseis horas no Bloco F67, Auditório do Departamento de Matemática, do Campus Universitário desta Universidade, reuniu-se a banca examinadora da tese em epígrafe, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. Marcelo Moreira Cavalcanti (orientador), Profa. Dra. María Rosario Astudillo Rojas, Prof. Dr. Wellington José Corrêa, Prof. Dr. Juan Amadeo Soriano Palomino e Profa. Dra. Claudete Matilde Webler Martins, sob a presidência do primeiro. Os trabalhos foram abertos pelo presidente, que prestou esclarecimento de como a candidata deverá proceder à apresentação da tese, informando que terá no máximo 50 (cinquenta) minutos para a exposição. A seguir o senhor presidente passou a palavra à candidata para que fizesse a exposição de seu trabalho que versa sobre: "Controlabilidade exata interna e estabilização assintótica para equações dinâmicas de elasticidade para materiais incompressíveis com um termo de pressão e estabilização assintótica para dois sistemas acoplados semilineares da onda". Terminada a exposição, a candidata foi arguida pelos membros da banca examinadora. Após as arguições, foi determinado um intervalo de tempo, sem a presença da candidata, para que os membros da banca examinadora procedessem ao julgamento. O resultado foi o seguinte:

Prof. Dr. Marcelo Moreira Cavalcanti	Resultado: Aprovado
Profa. Dra. María Rosario Astudillo Rojas	Resultado: Aprovada
Prof. Dr. Wellington José Corrêa	Resultado: Aprovado
Prof. Dr. Juan Amadeo Soriano Palomino	Resultado: Aprovado
Profa. Dra. Claudete Matilde Webler Martins	Resultado: Aprovada

A seguir, com a presença do público e da candidata, o senhor presidente anunciou que o Srta. Adriana Flores de Almeida, candidata ao título de Doutora em Matemática, na Área de Concentração: Análise, foi considerada: ______________. Nada mais havendo a tratar, o senhor presidente encerrou os trabalhos, e para constar lavrou a presente Ata, que após lida e aprovada, vai assinada por todos os membros.

Prof. Dr. Marcelo Moreira Cavalcanti	Marcelo Moreira Cavalcanti
Profa. Dra. María Rosario Astudillo Rojas	[signature]
Prof. Dr. Wellington José Corrêa	Wellington J. Corrêa
Prof. Dr. Juan Amadeo Soriano Palomino	Juan Soriano P
Profa. Dra. Claudete Matilde Webler Martins	Claudete Webler

UEM/CCE/DMA
Confere com o original
Data 21/12/18
Resp. Rosiane